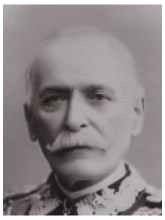
Il Coding con Ada, Luigi e Charles? Unplugged, of course!

Ovvero

Come Ada Augusta Byron contessa di Lovelace tradusse l'articolo di Luigi Federico Menabrea che descriveva la macchina analitica di Charles Babbage


Progetto didattico di Morena De Poli

v. 0.1 30/01/20

Un po' di storia

1834

Dopo aver tentato per molti anni di portare a termine la costruzione della macchina alle differenze, Babbage è consapevole che si tratta di un progetto ormai vecchio e ha un nuovo sogno, costruire la macchina analitica.
La macchina alle differenze avrebbe potuto eseguire una ben definita sequenza ripetuta di operazioni che per essere modificata richiedeva di smontare la macchina e riassemblare gli ingranaggi.
Babbage ha invece in mente una macchina programmabile e in quegli anni lavora incessantemente alla sua progettazione.
Egli immagina un'unità di ***Input*** che utilizzi schede perforate, sull'esempio dei telai Jacquard, per inserire i dati del problema da risolvere; uno ***Store*** per memorizzare i dati e i risultati delle elaborazioni; un ***Mill*** (mulino) per elaborare i dati secondo le istruzioni fornite sempre tramite schede perforate; addirittura una ***Printer*** per fornire all'esterno i risultati (chissà se Von Neumann conosceva questa architettura?!?!)
Come già nella macchina alle differenze, gli elementi dello ***Store*** sarebbero stati formati da colonne con ruote sovrapposte per rappresentare le singole cifre di un numero in notazione decimale.


Frammento della macchina alle differenze esposta al London Science Museum e particolare ingrandito

1840

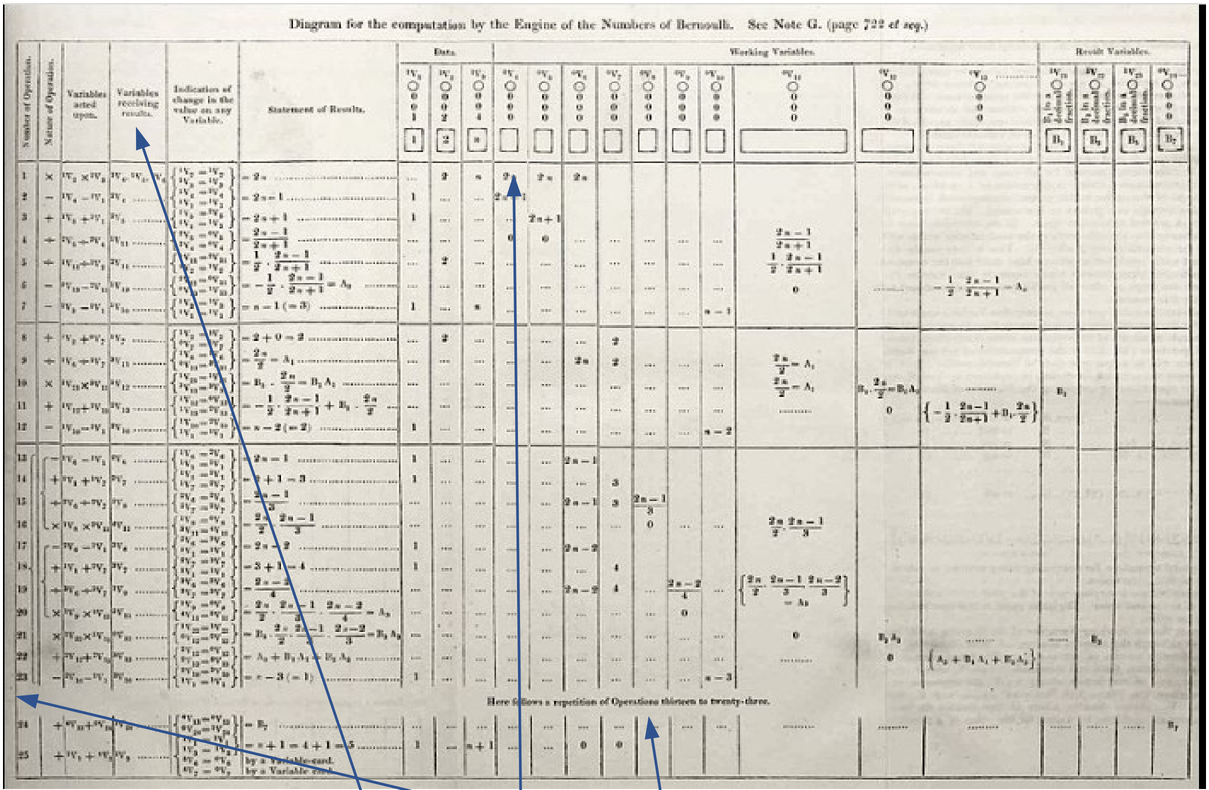
Babbage partecipa al secondo congresso della Scienza tenutosi a Torino dove incontra Massotti, matematico e fisico, e Menabrea, ingegnere e matematico, e molti altri illustri studiosi; in una riunione privata mostra loro i progetti della macchina analitica e Massotti suggerisce la possibilità di renderla "intelligente" facendole prendere delle decisioni (applicare la struttura di selezione!!!) e Babbage gli risponde che "è solo questione di ingranaggi".
Babbage, desideroso di riconoscimenti dopo le delusioni per la mancata costruzione della macchina alle differenze, cerca insistentemente scienziati disposti a pubblicare articoli sulla sua macchina analitica.
Menabrea accetta e il suo articolo, scritto in francese, lingua ufficiale del Regno di Sardegna, viene pubblicato nel 1842 su una rivista svizzera.
Nell'articolo, oltre a descrivere la macchina seguendo le indicazioni del suo inventore (col quale era in diretto contatto epistolare), Menabrea aggiunge alcuni semplici esempi di procedure di calcolo per la risoluzione di equazioni algebriche: i primi programmi di calcolo!

1842

La rivista svizzera che aveva pubblicato l'articolo di Menabrea giunge in Inghilterra e viene chiesto a Ada Lovelace di tradurre l'articolo per poterne dare maggiore diffusione; Ada accetta pensando di contribuire ad onorare il grande lavoro di Babbage.
Inizialmente Ada si occupa esclusivamente della traduzione letterale dell'articolo, ma successivamente, su suggerimento dello stesso Babbage, aggiunge corpose note esplicative che ne triplicano la lunghezza. L'articolo viene pubblicato nel 1843 a firma di Menabrea e con le sole iniziali A.A.L. di Ada Augusta Lovelace, come autrice delle note.
In tali note, però, Ada aggiunge le sue intuizioni circa le potenzialità di una macchina fino ad allora solo progettata, capace addirittura di "sviluppare contemporaneamente risultati simbolici, numerici e algebrici" e in grado di "agire su ogni cosa, oltre ai numeri, … anche comporre musica scientifica di qualunque complessità e durata".
La più famosa delle note prodotte da Ada è la Nota G nella quale descrive, in una elaborata tabella, l'algoritmo per il calcolo dei numeri di Bernoulli; tale algoritmo, pensato in funzione della macchina analitica, ha fatto considerare Ada il primo programmatore della storia, anche se, come già detto, lo stesso Menabrea nel suo articolo aveva proposto tabelle simili per descrivere la soluzione di altri problemi più semplici. Ma, considerando che della macchina analitica di Babbage in quel periodo esistevano solo i progetti, si può affermare che Luigi Menabrea e ancor di più Ada Lovelace furono certamente i primi a realizzare il **coding unplugged!!!**

La famosa Nota G

Proviamo ora ad analizzare lo schema realizzato da Ada nella famosa Nota G della sua traduzione, nella quale propone l'algoritmo per il calcolo dei numeri di Bernoulli.
Prima di addentrarci nell'analisi ricordiamo la definizione di algoritmo, così come si incontra in molti testi divulgativi: **sequenza finita e ordinata di passi elementari da eseguire per portare a termine un compito complesso, ovvero per determinare i risultati di un problema a partire dai dati noti**.
Ecco la famosa Nota G:



Schema realizzato da Ada per il calcolo dei numeri di Bernoulli inserito nella Nota G

Tralasciando la complessità del problema risolto, è forse più interessante analizzare lo schema costruito dal punto di vista della struttura e degli elementi che compaiono.
La struttura è una grande tabella dove vengono esplicitati e numerati i singoli **passaggi**, cioè quella sequenza finita e ordinata di passi elementari che troviamo nella definizione di algoritmo.
Ma la cosa più sorprendente è l'uso di **variabili!!!** Esattamente con lo stesso nome che viene utilizzato nell'informatica moderna per definire quegli elementi di memoria ai quali vengono assegnati dei nomi (V1, V2, ...) e un contenuto. Non solo, Ada distingue tra le variabili atte a contenere i valori iniziali (dati noti del problema) dalle variabili di lavoro, cioè di supporto nei calcoli.
E che dire del concetto di **assegnazione di un valore ad una variabile**: è il concetto che distingue in modo esplicito il nome dal contenuto della variabile stessa (è quest'ultimo ad essere variabile nel senso che può variare) ed è strettamente legato al concetto di memoria, quello *store* pensato da Babbage per la sua macchina analitica.
Impressionante anche la semplicità nel definire la struttura **ciclo**, cioè la ripetizione reiterata più volte dello stesso gruppo di passi: "Here follows a repetition of Operations thirteen to twenty-three."

Molto interessante osservare come nella tabella della Nota G Ada abbia mantenuto una notazione simbolica dei valori assunti dalle variabili, esplicitando quindi la consapevolezza che l'algoritmo proposto sarebbe stato valido per qualsiasi valore scelto per *n* e assegnato alla variabile V3 nei dati.

Coding con Ada, Luigi e Charles

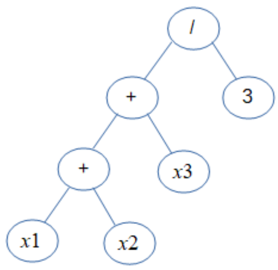
Non è ancora chiaro quale sia stato il vero contributo di Babbage a tutto ciò; sembra plausibile che egli possa aver suggerito a Menabrea gli algoritmi proposti nell'articolo, nei contenuti e nella forma, dato che nel lavoro di stesura dell'articolo è stato assiduo lo scambio epistolare tra i due. Certo è che Ada non si è limitata alla sola traduzione, ma è andata ben oltre quello che poteva immaginare Babbage per la sua macchina analitica.

Perché non provare allora a fare un po' di coding proprio come avrebbero fatto Ada, Luigi e Charles?

Di seguito propongo quindi l'utilizzo di tabelle simili a quelle che troviamo nell'articolo di Menabrea e nelle note di Ada, anche se semplificate, per schematizzare la soluzione di alcuni problemi. Si cercherà di provare a "ragionare" proprio come avrebbero fatto loro, tenendo bene a mente la struttura della macchina analitica.

Problema 1: calcolo della media aritmetica di tre numeri:

$$M=\frac{x1+x2+x3}{3}$$



Tale problema può essere così rappresentato:

e tale rappresentazione ci aiuta nella costruzione dello schema

Numero di Operazione	Natura dell'Operazione	Variabili su cui si agisce	Variabili che ricevono il risultato	Dati				Variabili di lavoro		Variabili Risultati
				V1	V2	V3	V4	V5	V6	V6
1	+	V1+V2	V5	x1	x2	x3	3	x1 + x2		
2	+	V5+V3	V5					x1+x2+x3		
3	/	V5/V4	V6						$\frac{x1+x2+x3}{3}$	$\frac{x1+x2+x3}{3}$

Le variabili V1, V2, V3 e V4 contengono i dati del problema che vengono forniti alla macchina analitica attraverso le schede perforate; tali variabili vengono memorizzate nello ***Store***. Ad ogni riga numerata della tabella (passo dell'algoritmo) corrisponde una azione svolta nel ***Mill*** dove le variabili vengono a due a due elaborate mediante l'operazione indicata; il risultato dell'elaborazione viene memorizzato nelle variabili di lavoro dello ***Store***. Le Variabili Risultati sono quelle dalle quali si preleveranno i valori da stampare come risultato dell'elaborazione.

Problema 2: calcolo di quoziente e resto mediante sottrazioni successive

La risoluzione di questo problema richiede l'utilizzo della struttura di selezione per verificare quando, a seguito delle sottrazioni successive tra dividendo e divisore, il nuovo dividendo ottenuto diventi più piccolo del divisore; al verificarsi di questa situazione il quoziente è pari al numero di sottrazioni effettuate e il resto è il dividendo rimasto.
Peccato che, a seguito dei colloqui avuti da Babbage dopo la conferenza di Torino con il matematico-fisico Massotti (ricordiamo che aveva suggerito di rendere la macchina intelligente dotandola della funzione che le permettesse di fare scelte), non si trovi traccia di sviluppi in tal senso da parte di Babbage, né nell'articolo di Menabrea, né nelle note di Ada Lovelace.
Pertanto, risulta difficile poter immaginare come Ada, Luigi o Charles avrebbero potuto schematizzare la soluzione di tale problema.

Problema 3: produzione di numeri triangolari, la cui definizione può essere così rappresentata:

n	1	2	3	4	...
a_n	1	3	6	10	...
	*	* * *	* * * * * *	* * * * * * * * * *	...

dove n indica la posizione del numero triangolare e a_n indica il numero stesso.

La tabella proposta dai nostri personaggi potrebbe essere la seguente:

Numero di Operazione	Natura dell'Operazione	Variabili su cui si agisce	Variabili che ricevono il risultato	Dati		Variabili di lavoro		Variabili Risultati
				V1	V2	V3	V4	V4
1	+	V1 +V2	V3	1	0	1		
2	+	V3 + V2	V4				1	1
3	+	V3 + V1	V3			2		
4	+	V3 + V4	V4				3	3
5	+	V3 + V1	V3			3		
6	+	V3 + V4	V4				6	6
7	+	V3 + V1	V3			4		
8	+	V3 + V4	V4				10	10
9	+	V3 + V1	V3			5		
10	+	...	...					...

Ma Ada avrebbe di certo usato il ciclo di ripetizione dei passaggi come nella Nota G:

Numero di Operazione	Natura dell'Operazione	Variabili su cui si agisce	Variabili che ricevono il risultato	Dati		Variabili di lavoro		Variabili Risultati
				V1	V2	V3	V4	V4
1	+	V1 +V2	V3	1	0	1		
2	+	V2 + V3	V4				1	1
3	+	V3 + V1	V3			2		
4	+	V3 + V4	V4				3	3
		Ora segue una ripetizione delle operazioni da tre a quattro						

Problema 4: calcolo dei coefficienti binomiali

Si tratta di un produrre i coefficienti dello sviluppo del binomio a+b elevato alla potenza n-esima $(a+b)^n$; quei coefficienti che si trovano anche nelle righe del triangolo di Tartaglia:

$(a+b)^0 = 1$	1
$(a+b)^1 = a+b$	1 1
$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1
E così via.	… …

I coefficienti binomiali si calcolano anche attraverso l'uso delle formule di calcolo combinatorio:

$$\binom{n}{k} = C(n;k) = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} \qquad n,k \in \mathbb{N}; 0 \le k \le n$$

Dove n! = n(n-1)(n-2) … 3 2 1

Si può operare sulla formula effettuando delle semplificazioni come indicato di seguito:

$$\binom{n}{k}=1 \qquad per\ k=0$$

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}=\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\dots1}=\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1\cdot2\cdot3\cdot\dots\cdot k} \qquad per\quad 1\leq k\leq n$$

Quindi:

k	C(n;k)
0	1
1	$\frac{n}{1}$
2	$\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}$
3	$\frac{n\cdot(n-1)}{1\cdot2}\cdot\frac{n-2}{3}$
...	...
i	$\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{1\cdot2\cdot3}\cdot\dots\cdot\frac{n-i+1}{i}$
...	
n	$\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{1\cdot2\cdot3}\dots\frac{1}{n}=1$

da cui si evince che a partire dal primo coefficiente binomiale, che vale sempre 1, è sufficiente moltiplicarlo ad ogni passaggio per la frazione $\frac{n-k+1}{k}$ al variare di k da 1 fino a n.

Realizziamo quindi uno schema che possa rappresentare la soluzione di questo problema:

Numero di Operazione	Natura dell'Operazione	Variabili su cui si agisce	Variabili che ricevono il risultato	Dati			Variabili di lavoro				Variabili Risultati
				V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V7
1	+	V2 + V3	V6	n	0	1				1	1
4	-	V1 - V2	V4				n				
5	+	V2 + V3	V5					1			
6	/	V4 / V5	V6						n		
7	*	V7 * V6	V7							n	n
8	-	V4 - V3	V4				n-1				
9	+	V5 + V3	V5					2			
10	/	V4 / V5	V6						(n-1)/2		
11	*	V7 * V6	V7							n*(n-1)/2	n*(n-1)/2
12	-	V4 - V3	V4				n-2				
13	+	V5 + V3	V5					3			
14	/	V4 / V5	V6						(n-2)/3		
15	*	V7 * V6	V7							n*(n-1)/2*(n-2)/3	n*(n-1)/2*(n-2)/3
		Ora segue una ripetizione delle operazioni da dodici a quindici									

Bibliografia/sitografia

Henin, S. (2015) *Il computer dimenticato, Charles Babbage, Ada Lovelace e la ricerca della macchina perfetta*, Hoepli

Menabrea, L. F. (October, 1842) "*Sketch of the Analytical Engine Invented by Charles Babbage (With notes upon the Memoir by the Translator Ada Augusta, Countess of Lovelace)*", from the Bibliothèque Universelle de Genève, No. 82 https://www.fourmilab.ch/babbage/sketch.html (ultimo accesso gennaio 2020)

(2018) *What did Ada Lovelace's program actually do?*
https://twobithistory.org/2018/08/18/ada-lovelace-note-g.html

Immagini da wikipedia.org e pinterest.com